

Własności i szkicowanie funkcji kwadratowej

Zadania

1. Naszkicuj wykresy funkcji i odczytaj: zbiór wartości, miejsca zerowe, współrzędne wierzchołka, przedziały monotoniczności, zbiór argumentów dla których funkcja przyjmuje wartości niedodatnie, wartości maksymalne i minimalne funkcji, wzór osi symetrii paraboli. Przedstaw wzory funkcji kwadratowej w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej.

a) $f(x) = -2\frac{1}{4}x^2 + 4x + 1$

b) $f(x) = x^2 - x - 6$

c) $f(x) = -(x + 2)^2 + 1$

d) $f(x) = 2(x - 1)\left(x + \frac{1}{2}\right)$

e) $f(x) = 3x^2 + 1$

f) $f(x) = 2(x - 5)^2$

Odpowiedzi

1. 1. Naszkić wykresy funkcji i odczytaj: zbiór wartości, miejsca zerowe, współrzędne wierzchołka, przedziały monotoniczności, zbiór argumentów dla których funkcja przyjmuje wartości niedodatnie, wartości maksymalne i minimalne funkcji, wzór osi symetrii paraboli. Przedstaw wzory funkcji kwadratowej w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej.

a) $f(x) = -2\frac{1}{4}x^2 + 4x + 1$

$$W = \left(\frac{8}{9}, \frac{25}{9}\right)$$

$$mz = \left\{-\frac{2}{9}; 2\right\}$$

$$ZW: \left(-\infty, \frac{25}{9}\right)$$

$$\text{rosnąca } \left(-\infty, \frac{8}{9}\right); \text{ malejąca } \left(\frac{8}{9}, \infty\right)$$

$$f(x) \leq 0 \text{ dla } x \left(-\infty, -\frac{2}{9}\right) \cup \left(2, \infty\right)$$

$$y \text{ min} = \text{brak}, y \text{ max} = \frac{25}{9}$$

$$\text{oś symetrii } x = \frac{8}{9}$$

$$f(x) = -2\frac{1}{4}\left(x - \frac{8}{9}\right)^2 + 2\frac{7}{9}$$

$$f(x) = -2\frac{1}{4}\left(x + \frac{2}{9}\right)\left(x - 2\right)$$

b) $f(x) = x^2 - x - 6$

$$W = \left(\frac{1}{2}, -6\frac{1}{4}\right)$$

$$mz = \{-2; 3\}$$

$$ZW: \left(-6\frac{1}{4}, \infty\right)$$

$$\text{rosnąca } \left(-\infty, \frac{1}{2}\right), \text{ malejąca } \left(\frac{1}{2}, \infty\right)$$

$$f(x) \leq 0 \text{ dla } x \in \left[-2, 3\right]$$

$$y \text{ min} = -6\frac{1}{4}, y \text{ max} = \text{brak}$$

$$\text{oś symetrii } x = \frac{1}{2}$$

$$f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - 6\frac{1}{4}$$

$$f(x) = (x + 2)(x - 3)$$

c) $f(x) = -(x + 2)^2 + 1$

$$W = (-2, 1)$$

$$mz = \{-1, -3\}$$

$$ZW: (-\infty, 1 >$$

rosnąca $(-\infty, -2 >$; *malejąca* $< -2, \infty)$

$$f(x) \leq 0 \text{ dla } x(-\infty, -3 > \cup < -1, \infty)$$

$$y \text{ min} = \text{brak}, y \text{ max} = 1$$

$$\text{oś symetrii } x = -2$$

$$f(x) = -x^2 - 4x - 3$$

$$f(x) = -(x + 1)(x + 3)$$

d) $f(x) = 2(x - 1)\left(x + \frac{1}{2}\right)$

$$W = \left(\frac{1}{4}, -\frac{9}{8}\right)$$

$$mz = \left\{1, -\frac{1}{2}\right\}$$

$$ZW: < -\frac{9}{8}, \infty)$$

rosnąca $< \frac{1}{4}, \infty)$, *malejąca* $(-\infty, \frac{1}{4} >$

$$f(x) \leq 0 \text{ dla } x < -\frac{1}{2}, 1 >$$

$$y \text{ min} = -\frac{9}{8}, y \text{ max} = \text{brak}$$

$$\text{oś symetrii } x = \frac{1}{4}$$

$$f(x) = 2x^2 - x - 1$$

$$f(x) = 2\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 - 1\frac{1}{8}$$

e) $f(x) = 3x^2 + 1$

$$W = (0, 1)$$

$$mz = \{\text{brak}\}$$

$$ZW: < 1, \infty)$$

malejąca $(-\infty, 0 >$; *rosnąca* $< 0, \infty)$

$$f(x) \leq 0 \text{ brak}$$

f) $f(x) = 2(x - 5)^2$

$W = (5, 0)$

$mz = \{5\}$

$ZW: < 0, \infty)$

malejąca $(-\infty, 5 >);$ *rosnąca* $< 5, \infty)$

$f(x) \leq 0$ dla $x \in \{5\}$

$y_{min} = 0, y_{max} = brak$

oś symetrii $x = 5$

$f(x) = 2x^2 - 20x + 50$