

Działania na pierwiastkach

Pierwiastki możemy ze sobą dodawać i odejmować wtedy i tylko wtedy, kiedy pod pierwiastkiem znajduje się ta sama liczba, a pierwiastki mają ten sam stopień, np.

$$2\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$$

natomiast nie możemy wykonać działania:

$$4\sqrt{2} + 2\sqrt{3}, \text{ bo pod pierwiastkiem jest inna liczba}$$

Nie możemy również dodawać ani odejmować pierwiastków jeśli mają inne stopnie, np.

$$\sqrt{2} + \sqrt[3]{2}, \text{ nie możemy w żaden sposób dodać do siebie tych pierwiastków.}$$

Aby pomnożyć albo podzielić wyrażenia z pierwiastkiem, mnożymy/dzielimy liczbę, która występuje przed pierwiastkiem z liczbą przed pierwiastkiem, a wyrażenia spod pierwiastka mnożymy/dzielimy przez siebie, np.

$$2\sqrt{5} \cdot 3\sqrt{6} = 6\sqrt{30}$$

$$10\sqrt{6} : 2\sqrt{3} = 5\sqrt{2}$$

Pamiętaj, w ostatecznym wyniku nigdy w mianowniku ułamka nie może znaleźć się pierwiastek. Pozbywamy się go, usuwając niewymierność z mianownika ułamka mnożąc licznik i mianownik ułamka razy ten pierwiastek, np.

$$\frac{3}{5\sqrt{2}} = \frac{3}{5\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{5 \cdot 2} = \frac{3\sqrt{2}}{10}$$

Zadania

1. Doprowadź do najprostszej postaci:

a) $2\sqrt{75} + 8\sqrt{192} - 5\sqrt{108} =$

b) $3\sqrt{200} - 9\sqrt{20} + 3\sqrt{128} + 10\sqrt{180} =$

c) $4\sqrt[3]{24} + 2\sqrt{48} - 5\sqrt[3]{81} - 6\sqrt{12} =$

d) $5\sqrt[3]{250} + 2\sqrt[3]{16} - 8\sqrt{8} =$

e) $\frac{1}{3}\sqrt[3]{135} + 0,1\sqrt[3]{320} =$

f) $4\sqrt[5]{96} - 3\sqrt[5]{3} + 6\sqrt[5]{1215} =$

2. Włącz czynnik pod znak pierwiastka:

a) $5\sqrt{2} =$

b) $3\sqrt[3]{5} =$

c) $2\sqrt[3]{7} =$

d) $2\sqrt[5]{3} =$

e) $3\sqrt[4]{2} =$

Rozwiązania

1. Doprowadź do najprostszej postaci:

a) $2\sqrt{75} + 8\sqrt{192} - 5\sqrt{108} = 10\sqrt{3} + 64\sqrt{3} - 30\sqrt{3} = 44\sqrt{3}$

b) $3\sqrt{200} - 9\sqrt{20} + 3\sqrt{128} + 10\sqrt{180} = 30\sqrt{2} - 18\sqrt{5} + 24\sqrt{2} + 60\sqrt{5} = 54\sqrt{2} + 42\sqrt{5}$

c) $4\sqrt[3]{24} + 2\sqrt{48} - 5\sqrt[3]{81} - 6\sqrt{12} = 8\sqrt[3]{3} + 8\sqrt{3} - 15\sqrt[3]{3} - 12\sqrt{3} = -7\sqrt[3]{3} - 4\sqrt{3}$

d) $5\sqrt[3]{250} + 2\sqrt[3]{16} - 8\sqrt{8} = 25\sqrt[3]{2} + 4\sqrt[3]{2} - 16\sqrt{2} = 29\sqrt[3]{2} - 16\sqrt{2}$

e) $\frac{1}{3}\sqrt[3]{135} + 0,1\sqrt[3]{320} = \sqrt[3]{5} + 0,4\sqrt[3]{5} = 1,4\sqrt[3]{5}$

f) $4\sqrt[5]{96} - 3\sqrt[5]{3} + 6\sqrt[5]{1215} = 8\sqrt[5]{3} - 3\sqrt[5]{3} + 18\sqrt[5]{5} = 5\sqrt[5]{3} + 18\sqrt[5]{5}$

2. Włącz czynnik pod znak pierwiastka:

a) $5\sqrt{2} = \sqrt{50}$

b) $3\sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{27 \cdot 5} = \sqrt[3]{135}$

c) $2\sqrt[3]{7} = \sqrt[3]{8 \cdot 7} = \sqrt[3]{56}$

d) $2\sqrt[5]{3} = \sqrt[5]{32 \cdot 3} = \sqrt[5]{96}$

e) $3\sqrt[4]{2} = \sqrt[4]{81 \cdot 2} = \sqrt[4]{162}$

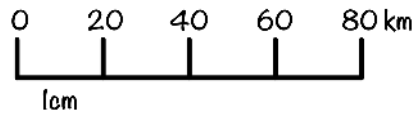
Skala

Istnieje kilka rodzajów skali:

Skala liczbowa np. 1: 20000

Skala mianowana np. 1cm – 20km

Skala liniowa np.



Wszystkie powyższe skale oznaczają, że 1 centymetr na mapie odpowiada 20 kilometrom w rzeczywistości.

Skala informuje ile razy dana długość dostała pomniejszona lub wydłużona.

Uwaga! Skali nie możemy stosować do pól! Skalę stosujemy wyłącznie do długości.

Zadania

1. Na mapie w skali 1:250 000 odległość między dwiema miejscowościami wynosi 4,2cm. Jaka jest odległość między tymi miejscowościami w rzeczywistości?
2. Jaka będzie odległość na mapie w skali 1:50 000 między dwoma miastami, jeśli rzeczywista odległość między nimi wynosi 3km?
3. Podaj skalę mapy, na której odległość 240km odpowiada odcinkowi długości 0,6dm.
4. Podaj skalę mapy, na której odległość 360km odpowiada odcinkowi długości 0,12m.

Rozwiązania

1. Na mapie w skali 1:250 000 odległość między dwiema miejscowościami wynosi 4,2cm. Jaka jest odległość między tymi miejscowościami w rzeczywistości?

Skala 1:250 000 oznacza, że 1cm na mapie odpowiada 250 000cm w rzeczywistości

$$\begin{array}{l} 1cm - 2,5km \\ 4,2cm - x \\ x = 4,2 \cdot 2,5 = 10,5km \end{array}$$

Odp. Odległość między tymi miejscowościami jest równa 10,5km.

2. Jaka będzie odległość na mapie w skali 1:50 000 między dwoma miastami, jeśli rzeczywista odległość między nimi wynosi 3km?

Skala 1:50 000 oznacza, że 1cm na mapie odpowiada 50 000cm w rzeczywistości

$$\begin{array}{l} 1cm - 0,5km \\ x - 3km \\ x = \frac{3km \cdot 1cm}{0,5km} = 6cm \end{array}$$

Odp. Odległość na mapie wynosi 6cm.

3. Podaj skalę mapy, na której odległość 240km odpowiada odcinkowi długości 0,6dm.

$$\begin{array}{l} 6cm - 240km \\ 1cm - x \\ x = \frac{1cm \cdot 240km}{6cm} = 40km \end{array}$$

1cm – 40km, czyli skala liczbowa to

$$1: 4\ 000\ 000$$

Odp. Skala mapy to 1: 4 000 000 .

4. Podaj skalę mapy, na której odległość 360km odpowiada odcinkowi długości 0,12m.

$$\begin{array}{l} 12cm - 360km \\ 1cm - x \\ x = \frac{1cm \cdot 360km}{12cm} = 30km \end{array}$$

1cm – 30km, czyli skala liczbowa to

$$1: 3\ 000\ 000$$

Odp. Skala mapy to 1: 3 000 000.